



ΚΕΦΑΛΑΙΟ ΟΓΔΩ

ΨΗΦΙΑΚΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΑ
ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΑΙ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

ΨΗΦΙΑΚΑ ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΚΑΙ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

Στόχοι κεφαλαίου

Όταν ολοκληρωθεί η μελέτη της ενότητας αυτής, θα είστε ικανοί να:

- μετατρέπετε οποιονδήποτε αριθμό του δεκαδικού συστήματος σε οποιοδήποτε σύστημα,
- σχεδιάζετε τα λογικά σύμβολα των βασικών ψηφιακών κυκλωμάτων (πύλες),
- κατασκευάζετε τους πίνακες αλήθειας των βασικών πυλών,
- διακρίνετε τη διαφορά των συνδυαστικών από τα ακολουθιακά λογικά κυκλώματα,
- εφαρμόζετε τις απλές μεθόδους σχεδίασης και τις αρχές τους για το σχεδιασμό απλών λογικών κυκλωμάτων.

8.1 Γενικά

Τα σύνθετα ψηφιακά λογικά κυκλώματα περιλαμβάνουν ένα μεγάλο αριθμό βασικών υποκυκλωμάτων κατάλληλα συνδεδεμένων που λέγονται λογικές πύλες.

Μια κατηγορία τέτοιων λογικών συστημάτων είναι τα **συνδυαστικά λογικά συστήματα που αποτελούνται από πύλες των οποίων οι έξοδοι εξαρτώνται από τις εισόδους που εφαρμόζονται σε μια δεδομένη στιγμή.**

Μια άλλη κατηγορία είναι τα **ακολουθιακά συστήματα. Σ' αυτά οι έξοδοι των πυλών δεν εξαρτώνται μόνο από τα εφαρμοζόμενα σήματα στην είσοδό τους αλλά και από την προηγούμενη κατάσταση ή σειρά των εφαρμοζόμενων σημάτων.**

Και στις δύο κατηγορίες των ψηφιακών συστημάτων υπάρχει πάντα μια γεννήτρια χρονικών παλμών, το γνωστό **ρολόι (timer ή clock)**, που

χρησιμοποιείται για να ελέγχει το χρονισμό των συστημάτων. Στην περίπτωση αυτή η έξοδος μιας πύλης μπορεί να αλλάξει κατάσταση μόνον όταν υπάρχει ένας παλμός από αυτή τη χρονογεννήτρια.

Για αρκετά χρόνια οι εφαρμογές στα ψηφιακά ηλεκτρονικά περιόριζονταν μόνο σε ό,τι είχε σχέση με τα συστήματα ηλεκτρονικών υπολογιστών. Σήμερα τα πράγματα έχουν αλλάξει. Τα ψηφιακά μπήκαν στη ζωή μας και διέπουν όλες τις ενέργειες της καθημερινότητάς μας. Όλες οι συσκευές του σπιτιού μας, τηλεόραση, συστήματα κλιματισμού κ.λπ. χρησιμοποιούν ψηφιακή λογική. Αλλά, πέρα από αυτό, σε όλα τα συστήματα θέρμανσης-ψύξης, στο αυτοκίνητο για τη διαχείριση του κινητήρα, για την ηλεκτρονική μετάδοση της κίνησης, για την απόσβεση κραδασμών διαφόρων συστημάτων στους ηλεκτρονικούς εγκεφάλους των διαφόρων συνεργείων κ.ά. χρησιμοποιείται **ψηφιακή λογική**.

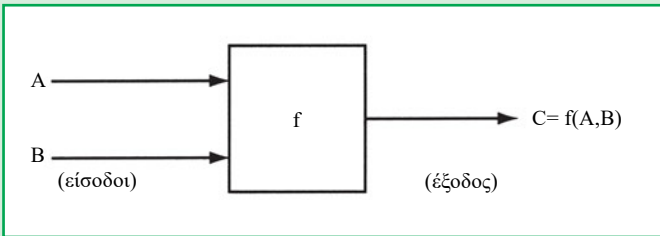
Η επικράτηση της ψηφιακής τεχνολογίας δικαιολογείται από τα **πλεονεκτήματα** που παρουσιάζει έναντι της τεχνολογίας των αναλογικών συστημάτων, που είναι:

- η μεγάλη ταχύτητα επεξεργασίας των δεδομένων τους,
- η τεράστια ικανότητα αποθήκευσης των πληροφοριών,
- η μεγάλη ακρίβεια,
- ο εύκολος σχεδιασμός των συστημάτων,
- ο προγραμματισμός της λειτουργίας τους,
- η σχεδόν μηδενική επίδραση του θορύβου στα συστήματα,
- το χαμηλό κόστος κατασκευής των συστημάτων κ.ά.

8.1.1 Δυαδικό αριθμητικό σύστημα

Τα ψηφιακά κυκλώματα λειτουργούν με σήματα δύο μόνο καταστάσεων. Αυτές οι καταστάσεις εμφανίζονται στα κυκλώματα με δύο διαφορετικές τιμές τάσης: την υψηλή τάση ή κατάσταση **high** και

τη χαμηλή τάση ή κατάσταση **low**. Τα κεφαλαία γράμματα **H** και **L** παριστάνουν τις στάθμες high και low αντίστοιχα. Μια άλλη τεχνική που χρησιμοποιείται πάρα πολύ συχνά είναι ο συμβολισμός των δύο αυτών τιμών με τα ψηφία **1** και **0** αντίστοιχα. Μια πληροφορία, π.χ. το γράμμα **A** της αλφαβήτου και κατ' επέκταση μια ολόκληρη λέξη μπορεί να κωδικοποιηθεί σαν μια σειρά από 0 και 1 ή γενικά με δύο καταστάσεις high - low ή T-F true-false (αληθές-ψευδές) κ.λπ. Οι μεταβλητές της **άλγεβρας του Boole**, που θα τις σημειώνουμε με τα γράμματα **A, B, C, ..., Z**, μπορούν να πάρουν την τιμή 0, π.χ. $A=0$ ή την τιμή 1 π.χ., $A=1$. Το αποτέλεσμα μιας πράξης μπορεί να είναι 0 ή 1. Στις εφαρμογές των κυκλωμάτων οι μεταβλητές αυτές λέγονται είσοδοι του κυκλώματος και οι τιμές της συναρτήσεως λέγονται έξοδοι του κυκλώματος (Σχήμα 8.1).



Σχήμα 8.1 Δύο είσοδοι και μια έξοδος του κυκλώματος της συναρτήσεως $F(A,B)$.

8.1.2 Συστήματα αριθμών - μετατροπές από σύστημα σε σύστημα

Για να μετατρέψετε έναν αριθμό από το δεκαδικό σε οποιοδήποτε σύστημα δεν έχετε παρά να πραγματοποιήσετε διαδοχικές διαιρέσεις του αριθμού με τη βάση του συστήματος που σας ζητείται. Έτσι για τη μετατροπή του δεκαδικού αριθμού $(11)_{10}$ έχουμε:

$$\begin{array}{l} 11/2 = 5+1 \\ 5/2 = 2+1 \\ 2/2 = 1+0 \\ 1/2 = 0+1 \end{array} \quad \uparrow$$

Παρατηρήστε ότι οι διαδοχικές διαιρέσεις θα γίνονται μέχρι ο αριθμητής του κλάσματος να είναι μικρότερος από τη βάση του συστήματος που μας ζητείτε να μετατρέψουμε τον αριθμό. Τον αριθμό θα

αποτελούν τα υπόλοιπα από κάτω προς τα πάνω, δηλαδή ο $(11)_{10}$ είναι ο $(1011)_2$ στο δυαδικό σύστημα.

Για μετατροπή ενός αριθμού από το δεκαδικό στο δυαδικό και αντίστοιχα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον **BCD** κώδικα ο οποίος μας δίνει εύκολα απλά και γρήγορα τη διαδικασία αυτή. Η μέθοδος γίνεται όπως παρακάτω:

Αν γνωρίζετε ότι ο BCD κώδικας γράφεται για αριθμούς μέχρι και 5 bit 16 8 4 2 1 από αριστερά προς τα δεξιά, τότε κάτω από τους αριθμούς του κώδικα βάζουμε αντίστοιχα άσσους σε εκείνους τους αριθμούς που το άθροισμά τους μας δίνει τον ζητούμενο αριθμό. Π.χ. για το προηγούμενο παράδειγμα πρέπει να βάλουμε άσσο κάτω από το 8 το 2 και το 1 του BCD γιατί $8+2+1=11$. Κάτω από το 4 του BCD βάζουμε το λογικό 0 οπότε προκύπτει ο αριθμός 1011.

$$\begin{array}{cccccc} 16 & 8 & 4 & 2 & 1 & \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & \end{array}$$

Αν τώρα θέλετε να δείτε ο αριθμός $(10011)_2$ του δυαδικού συστήματος σε ποιον αριθμό του δεκαδικού συστήματος αντιστοιχεί γράφετε τον αριθμό κάτω από τον BCD από αριστερά πάντα προς τα δεξιά και προσθέτετε τώρα τους αριθμούς του BCD πάνω από τους οποίους υπάρχουν άσσοι. Έτσι έχετε:

$$\begin{array}{cccccc} 16 & 8 & 4 & 2 & 1 & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & \end{array}$$

$16+2+1=19$, επομένως ο αριθμός $(10011)_2$ του δυαδικού συστήματος είναι ο 19 στο δεκαδικό σύστημα. Παρατηρήστε τώρα, αν σας ζητούσαν να μετατρέψετε τον 19 του δεκαδικού συστήματος στο δυαδικό, θα βάζατε άσσους κάτω από τον BCD στους αριθμούς που δίνουν άθροισμα 19, δηλαδή κάτω από τον 16 τον 2 και τον αριθμό 1.

$$\begin{array}{cccccc} 16 & 8 & 4 & 2 & 1 & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & \end{array}$$

Εφαρμογή

Δοκιμάστε τώρα μόνοι σας τη μετατροπή των αριθμών μέχρι το 10 στο δεκαδικό και δυαδικό σύστημα.

8.2 Βασικές λογικές πύλες

8.2.1 Γενικά

Η λογική πύλη είναι το βασικό υλικό κατασκευής των ψηφιακών συστημάτων. Οι λογικές πύλες λειτουργούν με δυαδικούς αριθμούς. Επομένως για να επεξεργαστούμε πληροφορίες με ψηφιακή τεχνική πρέπει πρώτα από όλα να κωδικοποιήσουμε τις πληροφορίες σε δυαδική μορφή. Πρέπει δηλαδή να έχουμε έναν κώδικα με τον οποίο θα μετατρέπουμε τις πληροφορίες στο δυαδικό σύστημα. Αυτή είναι η πρώτη απαίτηση της ψηφιακής τεχνικής. Η δεύτερη απαίτηση είναι ότι αυτές οι κωδικοποιημένες πληροφορίες πρέπει να ελέγχονται λογικά.

Τα κυκλώματα με λογικές πύλες λειτουργούν με την αρχή ναι-όχι, περνά ή δεν περνά ρεύμα, υπάρχει ή δεν υπάρχει τάση. Τη φιλοσοφία της δυαδικής λογικής πρώτος εισήγαγε ο Boole, με την ειδική άλγεβρα που πήρε και το όνομά του.

Οι κυριότερες λειτουργίες της άλγεβρας του Boole, τις οποίες μεταχειριζόμαστε στη σχεδίαση των λογικών κυκλωμάτων και διατάξεων, είναι:

1. το λογικό γινόμενο ή σύζευξη που εκφράζεται με την πύλη AND,
2. το λογικό άθροισμα ή διάζευξη που εκφράζεται με την πύλη OR,
3. η λογική άρνηση που εκφράζεται με την πύλη NOT,
4. η άρνηση του λογικού γινομένου που δίνεται από την πύλη NAND,
5. η άρνηση του λογικού αθροίσματος που δίνεται από την πύλη NOR, και
6. το αποκλειστικό λογικό άθροισμα ή πύλη αποκλειστικού OR.

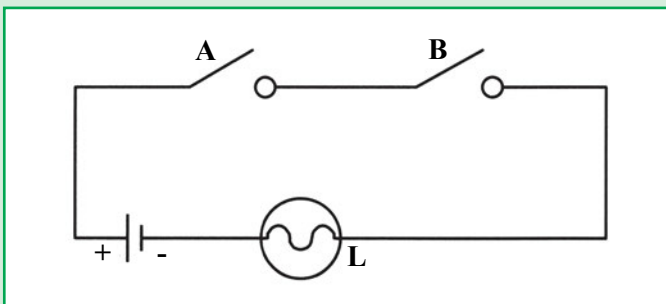
8.2.2 Λειτουργία της πύλης AND

Η λειτουργία της πύλης AND με δύο μεταβλητές A και B είναι απλή και δίνεται παρακάτω στο σχήμα 8.2.

Μεταβλητές		Αποτελέσματα της λειτουργίας AND
A	B	C
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

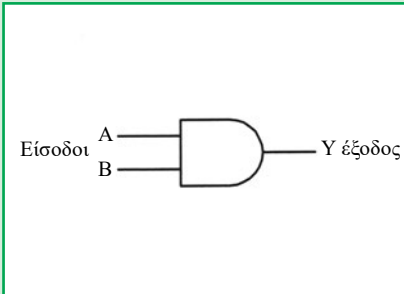
Σχήμα 8.2 Λειτουργία της πύλης AND.

Χρησιμοποιώντας δύο διακόπτες σε σειρά μπορείτε να πάρετε την έξοδο του κυκλώματος. Ο πίνακας που σχηματίζεται, όπως φαίνεται στο σχήμα 8.2, ονομάζεται **πίνακας αλήθειας της πύλης AND**. Παρατηρήστε από τον πίνακα αλήθειας ότι η έξοδος Y του κυκλώματος, η λάμπα ανάβει, πραγματοποιείται μόνο όταν και οι δύο διακόπτες είναι κλειστοί, παρέχουν δηλαδή ρεύμα στο κύκλωμα.



Σχήμα 8.3 Ερμηνεία της πύλης AND με κύκλωμα διακοπών.

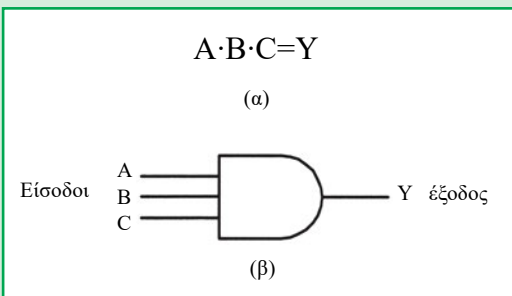
Στο σχήμα 8.4 φαίνεται το λογικό σύμβολο της πύλης AND καθώς και ο πίνακας αλήθειας.



είσοδοι		έξοδος
A	B	Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Σχήμα 8.4
Το λογικό σύμβολο της πύλης AND και πίνακας αλήθειας.

Η έκφραση Boole για την έξοδο της πύλης AND γράφεται $A \cdot B = Y$ και διαβάζεται A και B ισούται με την έξοδο Y. Πολλές φορές η πύλη AND μπορεί να έχει 3 ή και 4 μεταβλητές εισόδου. Στο σχήμα 8.5(α) φαίνεται η λογική έκφραση μιας πύλης AND 3 εισόδων και στο 8.5(β) το λογικό σύμβολο της ίδιας πύλης.



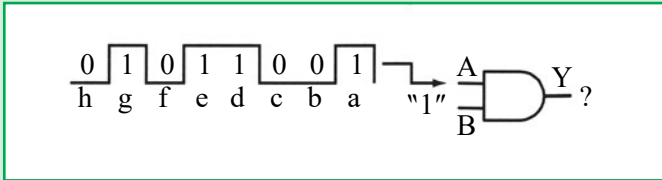
Σχήμα 8.5 (α) η λογική έκφραση μιας πύλης AND 3 εισόδων (β) λογικό σύμβολο της AND.

Οι κυριότερες σχέσεις τιμών που ισχύουν κατά Boole για τη συνάρτηση της πύλης AND είναι οι παρακάτω:

- $A \cdot 0 = 0$
- $A \cdot 1 = A$
- $A \cdot A = A$
- $A \cdot A' = 0$

Λυμένα προβλήματα

1. Αναγνωρίσετε την πύλη του παρακάτω σχήματος και δοκιμάστε να σχεδιάσετε την παλμοσειρά εξόδου της πύλης.



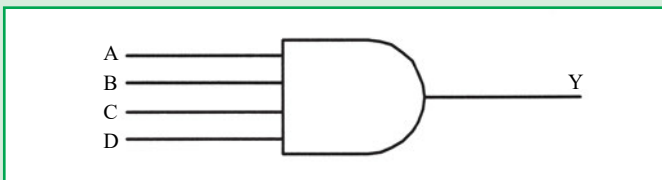
Λύση:

Η πύλη του παραπάνω σχήματος είναι μια πύλη AND. Από τον πίνακα αλήθειας της AND προκύπτει ότι η παλμοσειρά εξόδου θα είναι πανομοιότυπη με την παλμοσειρά εισόδου που εφαρμόζεται στον ακροδέκτη A της πύλης.

2. Σχεδιάστε μια πύλη τεσσάρων εισόδων και γράψτε τη λογική της έκφραση.

Λύση:

Για το σχεδιασμό της πύλης προσθέτουμε απλά στο λογικό σύμβολο της πύλης AND τόσους ακροδέκτες όσες είναι και οι μεταβλητές του προβλήματος, όπως στο παρακάτω σχήμα.



Η λογική έκφραση δίνεται από τη σχέση $Y=A \cdot B \cdot C \cdot D$, δηλαδή η έξοδος είναι το λογικό γινόμενο των μεταβλητών εισόδου.

3. Κατασκευάστε τον πίνακα αλήθειας μιας πύλης AND τριών εισόδων.

Λύση:

Βρίσκω τον αριθμό των εναλλαγών των μεταβλητών εισόδου και κατασκευάζω τον πίνακα εισόδου. Η πρώτη μεταβλητή θα λαμβάνει 0 και 1 εναλλάξ. Η δεύτερη δύο 0 και δύο 1 εναλλάξ. Η τρίτη τέσσερα 0 και τέσσερις άσσους εναλλάξ. Αν υπήρχε και τέταρτη θα έπαιρνε οχτώ άσσους και οχτώ μηδέν και εναλλάξ κ.λπ. Η έξοδος y θα λάβει λογικό 1 μόνο στην περίπτωση που και οι τρεις μεταβλητές παίρνουν λογικό 1. Ο πίνακας της αλήθειας φαίνεται παρακάτω:

Είσοδοι			Έξοδος
C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

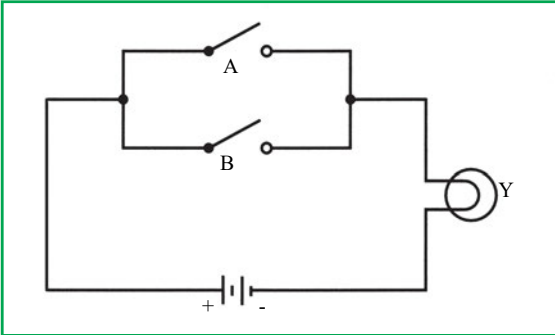
8.2.3 Λειτουργία της πύλης OR

Η λειτουργία της πύλης OR με δύο μεταβλητές A και B είναι επίσης εύκολη και δείχνεται στο σχήμα 8.6.

A	B	$Y = A + B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Σχήμα 8.6 Η λειτουργία της πύλης OR.

Η ερμηνεία της πύλης αυτής με ηλεκτρικό ανάλογο γίνεται με δύο διακόπτες σε παράλληλη συνδεσμολογία, όπως φαίνεται στο σχήμα 8.7.

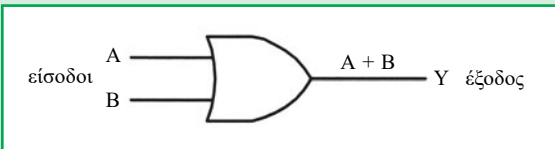


Σχήμα 8.7 Ερμηνεία της πύλης OR με κύκλωμα διακοπών.

Οι κυριότερες σχέσεις τιμών που ισχύουν κατά Boole για τη συνάρτηση της πύλης OR είναι οι παρακάτω:

$$\begin{aligned}
 A+0 &=A \\
 A+1 &=1 \\
 A+A &=A \\
 A+A' &=1
 \end{aligned}$$

Στο σχήμα 8.8 δίνεται το λογικό σύμβολο μιας πύλης **OR** δύο εισόδων καθώς και ο πίνακας αλήθειας της ίδιας πύλης.



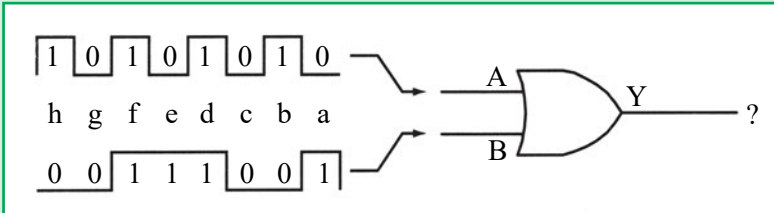
είσοδοι		έξοδος
A	B	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

0 = χαμηλό δυναμικό
1 = υψηλό δυναμικό

Σχήμα 8.8 Πύλη OR δύο εισόδων και πίνακας αλήθειας.

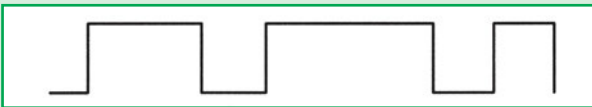
Λυμένα προβλήματα

1. Αναγνωρίστε την πύλη του παρακάτω σχήματος και σχεδιάστε την παλμοσειρά εξόδου της πύλης. Σημειώστε ότι οι δύο παλμοσειρές εφαρμόζονται ταυτόχρονα στις εισόδους της πύλης.

**Λύση:**

Εφαρμόζοντας τη λογική της OR μπορείτε να σχεδιάσετε την παλμοσειρά εξόδου δίνοντας τους παλμούς όπως προκύπτει από το σχήμα:

a=1	d=1	g=0
b=1	e=1	h=1
c=0	f=1	



2. Γράψτε τη λογική έκφραση μιας πύλης OR τριών εισόδων.

Λύση:

Η λογική έκφραση θα είναι το λογικό άθροισμα των μεταβλητών εισόδου της πύλης. Δηλαδή:

$$Y=A+B+C$$

3. Κατασκευάστε τον πίνακα αλήθειας μιας πύλης OR τριών εισόδων.

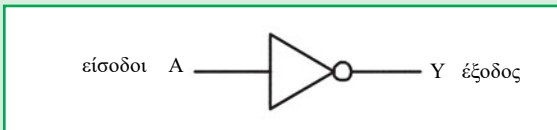
Λύση:

Ο πίνακας αλήθειας της πύλης OR τριών εισόδων φαίνεται στο σχήμα.

Είσοδοι			Έξοδος
C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

8.2.4 Λειτουργία της πύλης NOT

Η πύλη NOT που ονομάζεται και αναστροφέας είναι μια πύλη που διαθέτει μια μόνο είσοδο και μια έξοδο. Στο σχήμα 8.9 φαίνεται το λογικό σύμβολο μιας πύλης NOT καθώς και ο πίνακας αλήθειας.



είσοδος	έξοδος
A	Y
0	1
1	0

Σχήμα 8.9 (α) Σύμβολο πύλης NOT (β) Πίνακας αλήθειας.

Από τον πίνακα αλήθειας προκύπτει ότι αν η είσοδος στην πύλη είναι 1 η έξοδός της γίνεται 0. Η αντιστροφή αυτή ονομάζεται και συμπλήρωμα ή άρνηση. Οι κανόνες που περιγράφουν τη λειτουργία του αναστροφέα, κατά Boole, είναι:

$$0' = 1 \text{ και } 1' = 0$$

Αν $A=0$ τότε $A'=1$ και αν $A=1$ τότε $A'=0$

και $A''=A$ (διπλή άρνηση μας δίνει κατάφαση).

Ο τελευταίος νόμος είναι πολύ χρήσιμος στη σχεδίαση λογικών διατάξεων, αφού μας δείχνει ότι δεν αλλάζει η αρχική τιμή της μεταβλητής A όταν υπάρχει διπλή άρνηση.

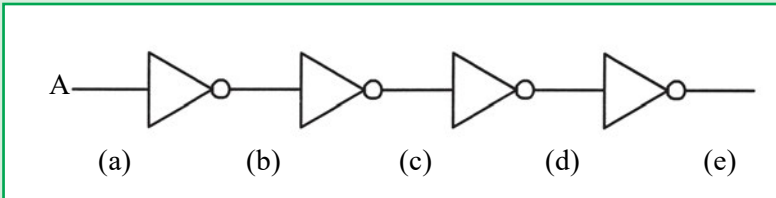
Ισχύουν επίσης οι νόμοι του **De Morgan** που εκφράζονται με τους παρακάτω τύπους για τρεις μεταβλητές:

$$(A+B+C)' = A' \cdot B' \cdot C' \text{ και}$$

$$(A \cdot B \cdot C)' = A' + B' + C'$$

Λυμένα προβλήματα

1. Στο παρακάτω σχήμα δίνεται μια σειρά από αναστροφείς. Ποια θα είναι η έξοδος στο σημείο b,c,d,e, αν στην είσοδο A εφαρμόζεται το λογικό 0;



Λύση:

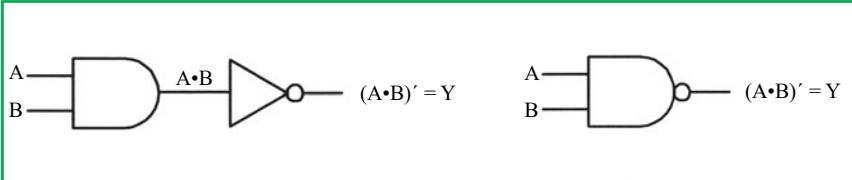
Στο b θα είναι το λογικό 1. Στο c το λογικό 0. Στο d το λογικό 1. Στο e το λογικό 0.

Άλλες λογικές πύλες

8.2.5 Η λειτουργία της πύλης NAND

Παρατηρήστε το λογικό διάγραμμα του λογικού συμβόλου στο σχήμα 8.10. Ένας αναστροφέας αποτελεί την έξοδο μιας πύλης AND. Οι πληροφορίες A και B που εφαρμόζονται στην είσοδο της AND δίνουν στην έξοδό της τη λογική έκφραση $A \cdot B$. Αυτή η έκφραση σαν είσοδος

της πύλης NOT, δίνει στην έξοδό της τη λογική έκφραση της άρνησης δηλαδή $(A \cdot B)' = Y$.



Σχήμα 8.10 Η πύλη NAND.

Μια τέτοια διάταξη αποτελεί ένα κύκλωμα NOT-AND ή τη γνωστή μας πύλη NAND, της οποίας το λογικό σύμβολο φαίνεται στο σχήμα 8.10.

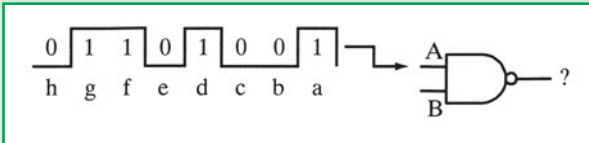
Παρατηρήστε ότι το λογικό σύμβολο της NAND είναι το σύμβολο της AND με ένα μικρό κύκλο στην έξοδό της. Ο πίνακας αλήθειας για την πύλη NAND φαίνεται στις μη σκιασμένες στήλες του σχήματος 8.11. Οι σκιασμένες στήλες αποτελούν τον πίνακα αλήθειας της AND και δίνεται για να παρατηρήσετε την αναστροφή που πραγματοποιεί ο αναστροφέας NOT. Σ' αυτό το σημείο θα πρέπει να γνωρίζετε ότι η πύλη NAND αποτελεί μια **πύλη γενικής χρήσεως (universal gate)** στα ψηφιακά για διάφορους λόγους.

Είσοδοι		Έξοδος	
B	A	AND	NAND
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Σχήμα 8.11 Πίνακας αλήθειας πύλης AND και NAND.

Λυμένα προβλήματα

1. Στο παρακάτω κύκλωμα του σχήματος να αναγνωρίσετε την πύλη και να βρείτε την παλμοσειρά εξόδου αν η είσοδος B δέχεται το λογικό 0.

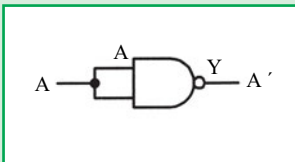
**Λύση:**

Η πύλη του σχήματος είναι μια πύλη NAND δύο εισόδων. Η έξοδος της πύλης NAND εξετάζοντας τη λογική της θα είναι πάντα λογικό 1.

2. Σχεδιάστε το λογικό σύμβολο μιας πύλης NAND που θα μπορούσε να λειτουργήσει σαν αναστροφέας.

Λύση:

Με μια απλή βραχυκύκλωση των εισόδων της πύλης NAND, όπως φαίνεται στο σχήμα, η πύλη NAND μετατρέπεται σε αναστροφέα.



3. Κατασκευάστε τον πίνακα αλήθειας μιας πύλης NAND τριών εισόδων.

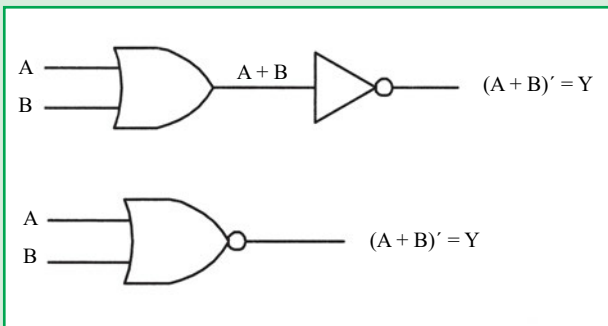
Λύση:

Ο πίνακας αλήθειας σύμφωνα με όσα γνωρίζετε θα είναι ο παρακάτω:

Είσοδοι			Έξοδος
C	B	A	Y
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

8.2.6 Η λειτουργία της πύλης NOR

Παρατηρήστε και εδώ το λογικό διάγραμμα του λογικού συμβόλου στο σχήμα 8.12. Ένας αναστροφέας αποτελεί την έξοδο μιας πύλης OR. Οι πληροφορίες A και B που εφαρμόζονται στην είσοδο της OR δίνουν στην έξοδό της τη λογική έκφραση $A+B$.



Σχήμα 8.12 Η πύλη NOR.

Αυτή η έκφραση σαν είσοδος της πύλης NOT δίνει στην έξοδό της τη λογική έκφραση της άρνησης, δηλαδή $(A+B)'=Y$. Μια τέτοια διάταξη αποτελεί ένα κύκλωμα NOT-OR ή τη γνωστή μας πύλη NOR, της οποίας το λογικό σύμβολο φαίνεται στο σχήμα 8.12. Παρατηρήστε ότι το λογικό σύμβολο της NOR είναι το σύμβολο της OR με ένα μικρό κύκλο στην έξοδό της.

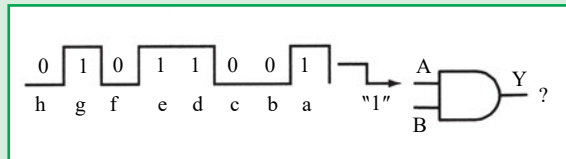
Ο πίνακας αλήθειας για την πύλη NOR φαίνεται στις μη σκιασμένες στήλες του σχήματος 8.13. Οι σκιασμένες στήλες αποτελούν τον πίνακα αλήθειας της OR και δίνεται για να παρατηρήσετε την αναστροφή που πραγματοποιεί ο αναστροφέας NOT.

Είσοδοι			Εξοδοι
B	A	OR	NOR
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Σχήμα 8.13 Πίνακας αλήθειας πύλης NOR.

Λυμένα προβλήματα

1. Στο παρακάτω κύκλωμα του σχήματος να αναγνωρίσετε την πύλη και να βρείτε την παλμοσειρά εξόδου αν η είσοδος B δέχεται το λογικό 1.



Λύση:

Η πύλη είναι μια πύλη NOR δύο εισόδων και η έξοδός της θα δίνει πάντα λογικό 0.

2. Κατασκευάστε τον πίνακα αλήθειας μιας πύλης NOR τριών εισόδων.
Λύση:

Είσοδοι			Έξοδος
C	B	A	Y
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

8.2.7 Η πύλη EXCLUSIVE - OR

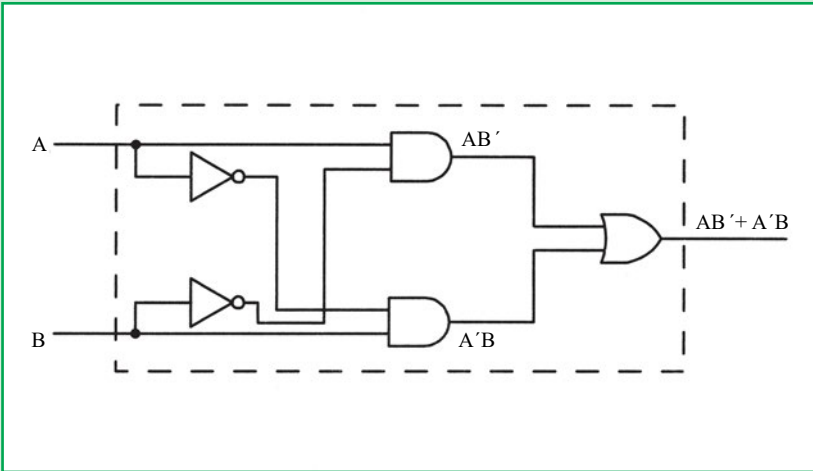
Ο πίνακας αλήθειας της XOR, έτσι θα αναφέρεται πια η πύλη αποκλειστικού OR, φαίνεται στο σχήμα 8.14. Από μια καλή παρατήρηση θα διαπιστώνατε ότι η πύλη XOR δίνει 1 στην έξοδο της μόνον όταν οι λογικοί άσσοι των μεταβλητών εισόδου κατά οριζόντια γραμμή είναι περιττός αριθμός.

Είσοδοι		Έξοδος
B	A	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Σχήμα 8.14 Πίνακας αλήθειας πύλης XOR.

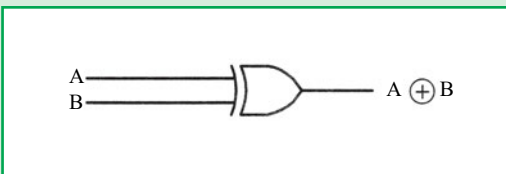
Παρατηρήστε την τρίτη γραμμή. Το σύνολο των άσπων των μεταβλητών εισόδου είναι περιττός αριθμός, επομένως η έξοδος της πύλης θα είναι 1. Στην τέταρτη γραμμή μπορεί κανείς να μετρήσει 2 άσπους, άρα η έξοδος της πύλης θα είναι 0 (άρτιος αριθμός άσπων). Από αυτό το χαρακτηριστικό γνώρισμα η πύλη είναι γνωστή και σαν κύκλωμα

ελέγχου περιττών ψηφίων. Από τη λογική συνάρτηση της πύλης που είναι $A \cdot B' + A' \cdot B = Y$ μπορεί κανείς να σχεδιάσει το λογικό κύκλωμα της πύλης με βασικές πύλες σχήμα 8.15.



Σχήμα 8.15 Το λογικό κύκλωμα της πύλης XOR με βασικές πύλες.

Στο σχήμα 8.16 φαίνεται το λογικό σύμβολο της XOR.



Σχήμα 8.16 Το λογικό σύμβολο της πύλης XOR.

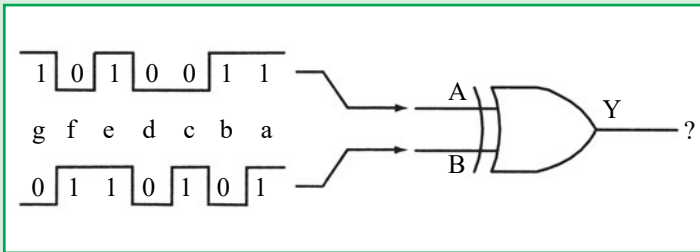
Λυμένα προβλήματα

1. Κατασκευάστε τον πίνακα αλήθειας μιας πύλης XOR 3 εισόδων. Θυμηθείτε ότι ο περιττός αριθμός άσων δίνει 1 στην έξοδο.

Είσοδοι			Έξοδος
C	B	A	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Λύση:

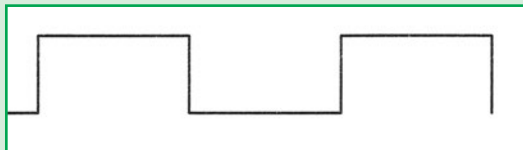
2. Σχεδιάστε την παλμοσειρά εξόδου της πύλης XOR του παρακάτω σχήματος.



Λύση:

Εφαρμόζοντας τη λογική της XOR μπορείτε να σχεδιάσετε την παλμοσειρά εξόδου σχεδιάζοντας τους παλμούς όπως προκύπτει από τους παλμούς:

a = 0 e = 0
 b = 1 f = 1
 c = 1 g = 1
 d = 0



8.3 Σχεδιάζοντας λογικά κυκλώματα με βασικές πύλες

Εφαρμόζοντας τους παρακάτω κανόνες μπορείτε να σχεδιάσετε οποιοδήποτε κύκλωμα με βασικές πύλες:

- Συλλαμβάνω το πρόβλημα (μελετώ πολλές φορές το πρόβλημα για να κατανοήσω τη μαθηματική λογική του).
- Φτιάχνω το block διάγραμμα του κυκλώματος. Ένα τετράπολο με τις εισόδους και την έξοδό του.
- Κατασκευάζω τον πίνακα αλήθειας του προβλήματος (διαβάζοντας προσεκτικά το πρόβλημα).
- Βρίσκω τη συνάρτηση εξόδου του κυκλώματος (χρησιμοποιώντας τη θεωρία των ελάχιστων όρων αλλά εν πάση περιπτώσει εντοπίζοντας τους άσσους της εξόδου γράφω το γινόμενο αθροισμάτων των μεταβλητών εισόδου που βρίσκονται στις γραμμές των άσσων της εξόδου).
- Σχεδιάζω ηλεκτρολογικές γραμμές όσες και οι μεταβλητές εισόδου και τις ονομάζω.
- Τοποθετώ τις πύλες στο επίπεδο και τις συνδέω με τις μεταβλητές εισόδου σύμφωνα με τη συνάρτηση.
- Οδηγώ τις εξόδους των πυλών σε μια πύλη OR (αφού πρόκειται για άθροισμα γινομένων).

Παράδειγμα:

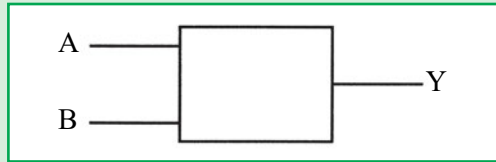
Σας ζητείται να σχεδιάσετε ένα κύκλωμα που να κάνει σύγκριση δύο αριθμών του ενός bit ο καθένας. Θα μπορούσε να σας ζητηθεί να σχεδιάσετε ένα κύκλωμα που να βρίσκει τον μέσο όρο τριών, πέντε ή κ.λπ. αριθμών ή ένα τσιπάκι που θα βρίσκει το εμβαδόν του κύκλου κ.λπ. γνωρίζοντας βέβαια την ακτίνα κ.λπ.

Πάμε λοιπόν στο πρώτο πρόβλημά μας. Ορίζω τη μαθηματική λογική του προβλήματος. Δηλαδή θέτω τους τύπους ή τους όρους της λύσης

του προβλήματος. Έτσι αν οι αριθμοί είναι ο A και ο B θα πρέπει:

- αν $A > B$ η έξοδος να μου δίνει 1
- αν $B > A$ η έξοδος να μου δίνει 1 και
- αν $A = B$ η έξοδος να μου δίνει 0

Φτιάχνω το block διάγραμμα δηλαδή ένα τετράπολο με δύο ακροδέκτες στην είσοδο για να εισάγω κάθε φορά τους αριθμούς που θέλω να συγκρίνω και ένα στην έξοδο όπου θα παίρνω το αποτέλεσμα της σύγκρισης.



Κατασκευάζω τον πίνακα αλήθειας σύμφωνα πια με τη λογική του προβλήματος

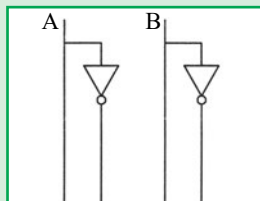
Είσοδοι		Έξοδος
B	A	Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$$AB' + A'B = Y$$

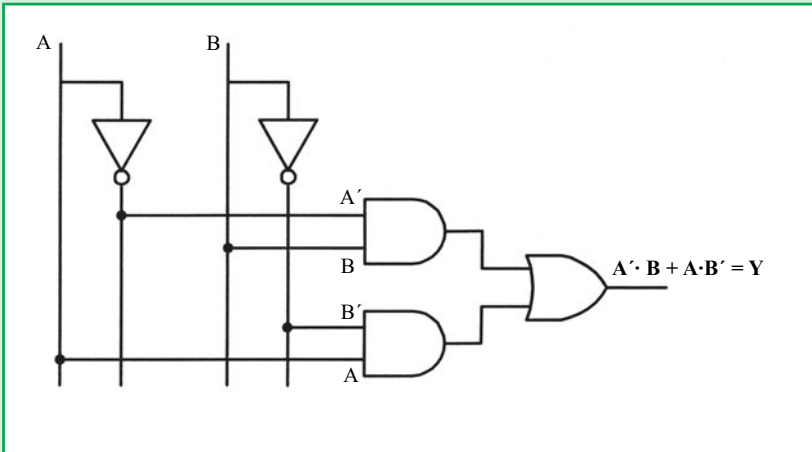
Βρίσκω τη συνάρτηση εξόδου εντοπίζοντας τους άσσους από τον πίνακα αλήθειας και γράφω το άθροισμα των γινομένων.

$$Y = A \cdot B' + A' \cdot B$$

Φτιάχνω τις ηλεκτρολογικές γραμμές. Τόσες όσες και οι είσοδοι του προβλήματος.



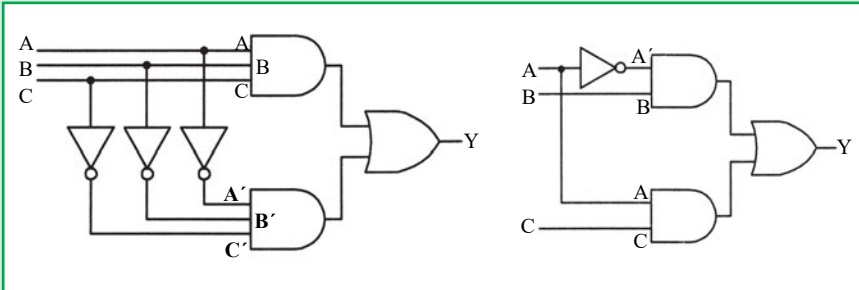
Τοποθετώ τις πύλες στο επίπεδο και τις συνδέω σύμφωνα με τη συνάρτηση.



Έτσι έχετε τώρα το λογικό κύκλωμα του προβλήματος που αν μπορούσατε να το περάσετε σε ένα σχεδιαστικό ηλεκτρονικό πακέτο, π.χ. στο ORCAD, θα σας έδινε το PCB, δηλαδή το τυπωμένο κύκλωμα (ένα τσιπάκι) έτοιμο για την αγορά εργασίας.

Ασκήσεις

1. Βρείτε τις λογικές συναρτήσεις των παρακάτω κυκλωμάτων. (Σ' αυτού του είδους τα προβλήματα να σημειώνετε τις λογικές εκφράσεις σε όλες τις εξόδους των πυλών των κυκλωμάτων).



2. Προσπαθήστε να σχεδιάσετε τα λογικά κυκλώματα που διέπονται από τις παρακάτω συναρτήσεις.

$$1. Y = A' \cdot B + A \cdot B$$

$$2. Y = A' \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot C$$

3. Αν γνωρίζεται τη λογική: $0+0=0$ και 0 το κρατούμενο, $0+1=1$, και 0 το κρατούμενο $1+0=1$, και 0 το κρατούμενο $1+1=0$ και 1 το κρατούμενο να σχεδιάσετε ένα κύκλωμα που να κάνει πρόσθεση δυο αριθμών του ενός bit ο καθένας.

4. Δοκιμάστε να σχεδιάσετε ένα κύκλωμα που να δέχεται στην είσοδό του έναν αριθμό δύο bit και να δίνει στην έξοδό του το τετράγωνο του αριθμού εισόδου (Εφαρμόστε τους γενικούς κανόνες της παραγράφου).

Περίληψη

- Τα σύνθετα ψηφιακά λογικά κυκλώματα χωρίζονται σε δύο κατηγορίες.
- Τα συνδυαστικά λογικά συστήματα, που αποτελούνται από πύλες των οποίων οι έξοδοι εξαρτώνται από τις εισόδους που εφαρμόζονται σε μια δεδομένη στιγμή και από τα ακολουθιακά συστήματα, των οποίων οι έξοδοι των πυλών δεν εξαρτώνται μόνο από τα εφαρμοζόμενα σήματα στην είσοδό τους, αλλά και από την προηγούμενη κατάσταση ή σειρά των εφαρμοζόμενων σημάτων. Και στις δύο κατηγορίες των ψηφιακών συστημάτων υπάρχει πάντα μια γεννήτρια χρονικών παλμών, το γνωστό ρολόι (timer ή clock), που χρησιμοποιείται για να ελέγχει το χρονισμό τους.
- Για τη μετατροπή ενός αριθμού από το δεκαδικό στο δυαδικό και αντίστοιχα μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον BCD κώδικα ο οποίος μας δίνει εύκολα, απλά και γρήγορα τη διαδικασία αυτή.
- Η λογική πύλη είναι το βασικό υλικό κατασκευής των ψηφιακών συστημάτων. Οι λογικές πύλες λειτουργούν με δυαδικούς αριθμούς. Επομένως για να επεξεργαστούμε πληροφορίες με ψηφιακή τεχνική πρέπει πρώτα από όλα να κωδικοποιήσουμε τις πληροφορίες σε δυαδική μορφή. Πρέπει δηλαδή να έχουμε έναν κώδικα με τον οποίο θα μετατρέπουμε τις πληροφορίες στο δυαδικό σύστημα. Αυτή είναι η πρώτη απαίτηση της ψηφιακής τεχνικής. Η δεύτερη απαίτηση είναι ότι αυτές οι κωδικοποιημένες πληροφορίες πρέπει να ελέγχονται λογικά.
- Τα σημαντικότερα πλεονεκτήματα των ψηφιακών κυκλωμάτων είναι:
 - Η μεγάλη ταχύτητα επεξεργασίας των δεδομένων τους,
 - η τεράστια ικανότητα αποθήκευσης των πληροφοριών,
 - η μεγάλη ακρίβεια,
 - ο εύκολος σχεδιασμός των συστημάτων,
 - ο προγραμματισμός της λειτουργίας τους,
 - η σχεδόν μηδενική επίδραση του θορύβου στα συστήματα,
 - βέβαια το χαμηλό κόστος κατασκευής των συστημάτων κ.ά.
- Οι κυριότερες λειτουργίες της άλγεβρας του Boole, τις οποίες μετα-

χειριζόμαστε στη σχεδίαση των λογικών κυκλωμάτων και διατάξεων, είναι:

1. Το λογικό γινόμενο ή σύζευξη που εκφράζεται με την πύλη AND.
2. Το λογικό άθροισμα ή διάζευξη που εκφράζεται με την πύλη OR.
3. Η λογική άρνηση που εκφράζεται με την πύλη NOT.
4. Η άρνηση του λογικού γινομένου που δίνεται από την πύλη NAND.
5. Η άρνηση του λογικού αθροίσματος που δίνεται από την πύλη NOR.
6. Το αποκλειστικό λογικό άθροισμα ή πύλη αποκλειστικού OR.

- Οι νόμοι του **De Morgan** εκφράζονται με τους παρακάτω τύπους για τρεις μεταβλητές.

$$(A+B+C)' = A' \cdot B' \cdot C' \text{ και}$$

$$(A \cdot B \cdot C)' = A' + B' + C'$$

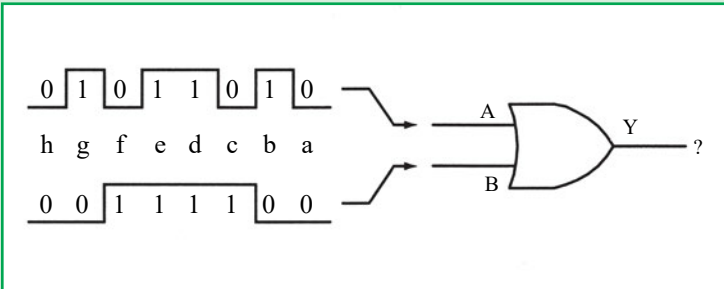
- Θυμηθείτε ότι αν το σύνολο των άσων των μεταβλητών εισόδου σε μία πύλη XOR είναι περιττός αριθμός η έξοδος της πύλης θα είναι 1.
- Προσπαθήστε να σχεδιάσετε οποιοδήποτε λογικό κύκλωμα εφαρμόζοντας πιστά την παράγραφο “**Σχεδιάζοντας λογικά κυκλώματα με βασικές πύλες**”.

Ερωτήσεις

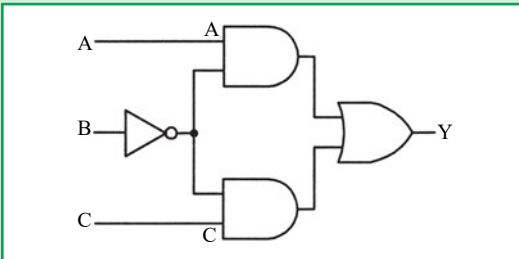
1. Αναφέρατε τις κατηγορίες των ψηφιακών λογικών συστημάτων.
2. Ποια η διαφορά των συνδυαστικών από τα ακολουθιακά κυκλώματα;
3. Δώστε μερικές εφαρμογές των ψηφιακών κυκλωμάτων στο αυτοκίνητο.
4. Αναφέρατε τα πλεονεκτήματα της ψηφιακής τεχνολογίας.
5. Να μετατραπούν οι αριθμοί $(12)_{10}$, $(14)_{10}$, $(17)_{10}$, $(23)_{10}$ του δεκαδικού συστήματος στο δυαδικό.
6. Να μετατραπούν οι αριθμοί $(10101)_2$, $(1100)_2$, $(10111)_2$, $(1101)_2$ του δυαδικού συστήματος στο δεκαδικό.
7. Σχεδιάστε το λογικό σύμβολο, δώστε τον πίνακα αλήθειας και τη συνάρτηση εξόδου της πύλης AND.
8. Σχεδιάστε το λογικό σύμβολο, δώστε τον πίνακα αλήθειας και τη συνάρτηση εξόδου της πύλης OR.
9. Σχεδιάστε το λογικό σύμβολο, δώστε τον πίνακα αλήθειας και τη συνάρτηση εξόδου της πύλης NOT.
10. Σχεδιάστε το λογικό σύμβολο, δώστε τον πίνακα αλήθειας και τη συνάρτηση εξόδου της πύλης NAND.
11. Σχεδιάστε το λογικό σύμβολο, δώστε τον πίνακα αλήθειας και τη συνάρτηση εξόδου της πύλης NOR.
12. Σχεδιάστε το λογικό σύμβολο, δώστε τον πίνακα αλήθειας και τη συνάρτηση εξόδου της πύλης XOR.
13. Δώστε την ερμηνεία του κυκλώματος της πύλης AND με διακόπτες.
14. Δώστε την ερμηνεία του κυκλώματος της πύλης OR με διακόπτες.

15. Σχεδιάστε την παλμοσειρά στην έξοδο της πύλης OR του παρακάτω σχήματος.

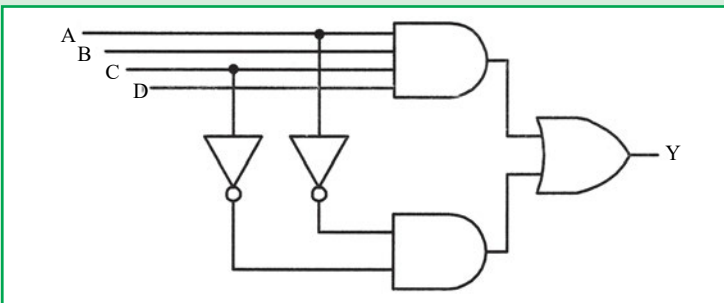
16. Γράψτε τη λογική έκφραση εξόδου του παρακάτω κυκλώματος.



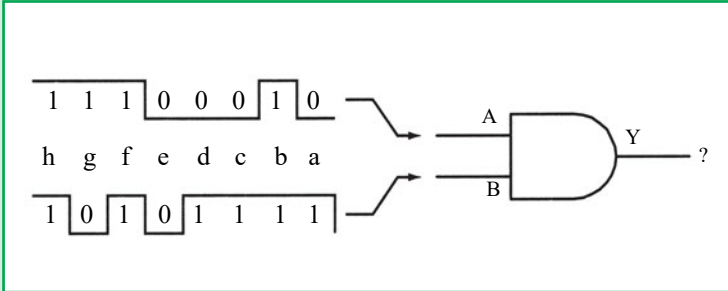
17. Γράψτε τη λογική έκφραση εξόδου του παρακάτω κυκλώματος.



18. Σχεδιάστε την παλμοσειρά στην έξοδο του παρακάτω κυκλώματος.



19. Σχεδιάστε το λογικό κύκλωμα της συναρτήσεως εξόδου
 $Y=A' \cdot B' + A \cdot B$



20. Να σχεδιάσετε ψηφιακό κύκλωμα που θα δέχεται στην είσοδό του έναν αριθμό δύο bit και θα δίνει στην έξοδό του το τετράγωνο του αριθμού εισόδου.